

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Corso: OMARI ☐ TIRONI ☐  
A.a. 2003-2004, sessione autunnale

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

Si risolvano gli esercizi : 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐

**ESERCIZIO N. 1.** Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme dei numeri  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$i z^3 = (1 - i) \bar{z},$$

dove  $\bar{z}$  indica il coniugato del numero complesso  $z$ . (Si consiglia l'uso della rappresentazione polare.)

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{n^{-m} : n \in \mathbb{N}^+, m \in \{-1, 0, 1\}\}.$$

(i) Si determinino :

•  $\inf E =$

•  $\sup E =$

• l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$  :

• l'insieme dei punti isolati di  $E$  :

• l'insieme dei punti interni di  $E$  :

(ii) Si dica se esistono  $\min E$  e  $\max E$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \cdot (\sqrt[n]{2} - \sqrt[n]{3}).$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg}(2 \sin x - 3x).$$

(i) Si determinino:

- il dominio e le simmetrie di  $f$  :

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x)$  :

- i segni di  $f'$  :

- la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

- i segni di  $f$ :

(ii) Si provi che  $f$  è invertibile e si determini il dominio della funzione inversa  $f^{-1}$ .

(iii) Si calcoli  $(f^{-1})'(0)$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si calcoli

$$\int_1^e \left( \int_x^1 t \log t \, dt \right) dx .$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \int_0^x \frac{\arcsin t}{t} dt$$

e si provi che  $\text{ord}_0 f = 3$ . (Suggerimento: si calcoli  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$ .)

**SVOLGIMENTO**